SUMA ROOM
PRACOWNIA MATEMATYCZNA

Egzamin maturalny | Formuła 2024

MATEMATYKA
Poziom podstawowy

PRÓBNY ARKUSZ MATURALNY

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

Informacja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 21 stron (zadania 1-33). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz krzyżykiem w arkuszu zgodnie z poleceniem w zadaniu. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to zadanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

SUMA ROOM
PRACOWNIA MATEMATYCZNA

Egzamin maturalny **Formuła 2024**

MATEMATYKA
Poziom podstawowy

PRÓBNY ARKUSZ MATURALNY

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

Informacja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 21 stron (zadania 1-33). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz krzyżykiem w arkuszu zgodnie z poleceniem w zadaniu. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to zadanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

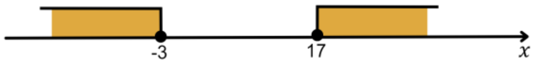
Zadanie 1. (0-1)

Dana jest nierówność $|x + 7| \leq 10$.

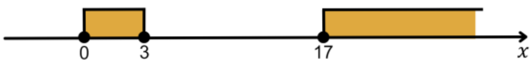
Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych nieujemnych spełniających powyższą nierówność?

Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 

B. 

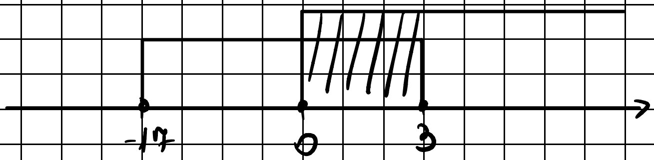
C. 

D. 

Brudnopis

$x+7 \leq 10 \quad \wedge \quad x+7 \geq -10 \quad \wedge \quad x \geq 0$

$x \leq 3 \quad \wedge \quad x \geq -17 \quad \wedge \quad x \geq 0$



$x \in [0, 3]$

Zadanie 2. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $6(\sqrt{75} - \sqrt{48})$ jest równa

A. $6^{\frac{3}{2}}$ B. $2 \cdot 3^{\frac{3}{2}}$ C. $2 \cdot 9^{\frac{1}{2}}$ D. $3^{\frac{1}{2}}$

Brudnopis

$6(\sqrt{25 \cdot 3} - \sqrt{16 \cdot 3}) =$

$= 6(5\sqrt{3} - 4\sqrt{3}) = 6 \cdot \sqrt{3} = 6 \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot 3^1 \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot 3^{\frac{3}{2}}$

Zadanie 3. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(2\log 5 + \log 4 - \log \frac{1}{10}\right)^{-1}$ jest równa

A. 3 **B.** 5 **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $-\frac{1}{3}$

Brudnopis

$$\left(\log 25 + \log 4 - \log\tfrac{1}{10}\right)^{-1} = \left(\log 100 - \log\tfrac{1}{10}\right)^{-1} =$$

$$= \left(\log\left(100 \cdot \tfrac{10}{1}\right)\right)^{-1} = \left(\log_{10} 1000\right)^{-1} = 3^{-1} = \tfrac{1}{3}$$

Zadanie 4. (0-2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ reszta z dzielenia liczby $102n^2 - 85n - 99$ przez 17 wynosi 3.

$$102n^2 - 85n - 99 = 17\cdot 6n^2 - 17\cdot 5n - 102 + 3 =$$

$$= 17\cdot 6n^2 - 17\cdot 5n - 17\cdot 6 + 3 =$$

$$= 17\underbrace{(6n^2 - 5n - 6)}_{n \in N} + 3$$

Zadanie 5. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość kwadratu wyrażenia $\left(\frac{7^{-1}}{(-7^{-1})^{-2}} \cdot \frac{1}{7}\right)^{-1}$ jest równa

A. 7^8 **B.** 7^{-2} **C.** $\frac{1}{7}$ **D.** 7^4

Brudnopis

$$\left(\frac{7^{-1}}{(-7)^{2}} \cdot 7^{-1}\right)^{-1} = \left(\frac{7^{-2}}{7^{2}}\right)^{-1} = \left(7^{-4}\right)^{-1} = 7^{4}, \quad \left(7^{4}\right)^{2} = 7^{8}$$

Zadanie 6. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $7\left(\left(7-\sqrt{7}\right)^2 - \left(\sqrt{7}-7\right)^2\right)$ jest równa

A. $-7\sqrt{7}$ **B.** $\sqrt{7}$ **C.** 0 **D.** $2\sqrt{7}$

Brudnopis

$$7\left(\left(7-\sqrt{7}\right)^2 - \left(-\left(7-\sqrt{7}\right)\right)^2\right) = 7\left(\underbrace{\left(7-\sqrt{7}\right)^2 - \left(7-\sqrt{7}\right)^2}_{0}\right) = 7 \cdot 0 = 0$$

SUMAROOM

Zadanie 7. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Różnica dwóch liczb a, b takich, że $a = \frac{1}{x+1}$, $b = \frac{1}{x}$, gdzie $x \neq 0, x \neq -1$ jest równa

A. $\frac{-1}{x^2+x}$ **B.** $\frac{1}{x^2}$ **C.** $\frac{-1}{(x-1)x}$ **D.** 1

Brudnopis

$$a - b = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{x}{(x+1)x} - \frac{x+1}{(x+1)x} = \frac{x-x-1}{(x+1)x} = \frac{-1}{(x+1)x} =$$
$$= \frac{-1}{x^2+x}$$

Zadanie 8. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{(x^2-16)(x^2-4)}{(x-4)(x+2)} = 0$ w zbiorze liczb naturalnych ma dokładnie

A. jedno rozwiązanie

B. dwa rozwiązania

C. trzy rozwiązania

D. cztery rozwiązania

Brudnopis

Dziedzina:

$x \in N$

$x - 4 \neq 0 \wedge x + 2 \neq 0$

$x \neq 4 \wedge x \neq -2$

$x \in R \setminus \{-2, 4\}$

$D: x \in N \setminus \{4\}$

Rozwiązanie:

$x^2 - 16 = 0 \vee x^2 - 4 = 0$

$x^2 = 16 \quad x^2 = 4$

$x = 4 \vee x = -4 \vee x = 2 \vee x = -2$

$\notin D \quad \notin D \quad \in N \quad \notin D$

Zadanie 9. (0-3)

Rozwiąż równanie

$$x^3 - 5x^2 + 4x - 20 = 0$$

Zapisz obliczenia.

$x^3 - 5x^2 + 4x - 20 = 0$

$x^2(x-5) + 4(x-5) = 0$

$(x-5)(x^2+4) = 0$

$x - 5 = 0 \quad \vee \quad x^2 + 4 = 0$

$x = 5 \quad \vee \quad x^2 = -4$

sprzeczność, $x \in \emptyset$

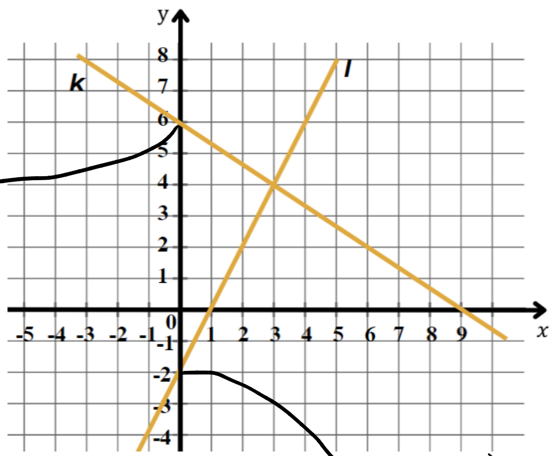
Odp: Rozwiązaniem równania jest 5.

Zadanie 10. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Na poniższym rysunku przedstawiono dwie proste o równaniach

k: (0,6)
$a<0$



l: (0,-2)
$a>0$

A. $k: y = -\frac{2}{3}x - 6$ i $l: y = 2x - 2$

B. $k: y = \frac{2}{3}x + 6$ i $l: y = -2x - 2$

C. $k: y = -\frac{2}{3}x + 6$ i $l: y = 2x - 2$

D. $k: y = 2x - 2$ i $l: y = -\frac{2}{3}x + 6$

Brudnopis

Zadanie 11. (0-1)

Funkcja liniowa f przecina dodatnie półosie układu współrzędnych w punktach o rzędnej i odciętej równej 4.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wzór funkcji f ma postać

A. $f(x) = x + 4$ **B.** $f(x) = 4x + 4$ **C.** $f(x) = -4x + 4$ **D.** $f(x) = -x + 4$

Brudnopis

$0X: (4,0)$

$0Y: (0,4)$

$b = 4$

$f(x) = ax + 4$

$0 = a \cdot 4 + 4$

$-4 = 4a \quad | : 4$

$a = -1$

$f(x) = -x + 4$

Zadanie 12. (0-1)

Masa początkowa substancji radioaktywnej zmniejsza się zgodnie z zależnością wykładniczą

$$m(t) = m_0 \cdot (0{,}5)^t$$

gdzie:

m_0 – początkowa masa substancji (wyrażona w mg)

t – czas (wyrażony w dniach)

Oblicz, ile mg substancji radioaktywnej pozostanie po 5 dniach, jeśli początkowa masa substancji w chwili rozpadu wynosi 20 mg. Zapisz obliczenia.

$t = 5$

$m_0 = 20$

$m(5) = 20 \cdot (0{,}5)^5 = 20 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 20 \cdot \frac{1}{32} = \frac{20}{32} = 0{,}625$

Zadanie 13. (0-1)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = 2(x+4)(x-2)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Osią symetrii paraboli będącej wykresem funkcji f jest prosta o równaniu

A. $x = 1$ **B.** $x = -1$ **C.** $y = -1$ **D.** $y = 1$

Brudnopis

$x_1 = -4$

$x_2 = 2$

równanie osi symetrii paraboli $x = p$

$p = \frac{-b}{2a}$, $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$

$p = \frac{-4+2}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

równanie: $x = -1$

Zadanie 14. (0-1)

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + 4k^2(k-1)x + 3kx - 4$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Wiadomo, że wielomian W można zapisać w postaci $W(x) = (x-1) \cdot P(x)$.

Dla pewnego wielomianu P.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k jest równa

A. 1 **B.** -3 **C.** 0 **D.** 3

Brudnopis

$W(1) = 0$

$1^3 + 4k^2(k-1) \cdot 1 + 3k - 4 = 0$

$1 + 4k^3 - 4k^2 + 3k - 4 = 0$

$4k^3 - 4k^2 + 3k - 3 = 0$

$4k^2(k-1) + 3(k-1) = 0$

$(k-1)(4k^2+3) = 0$

$k - 1 = 0 \quad \vee \quad 4k^2 + 3 = 0$

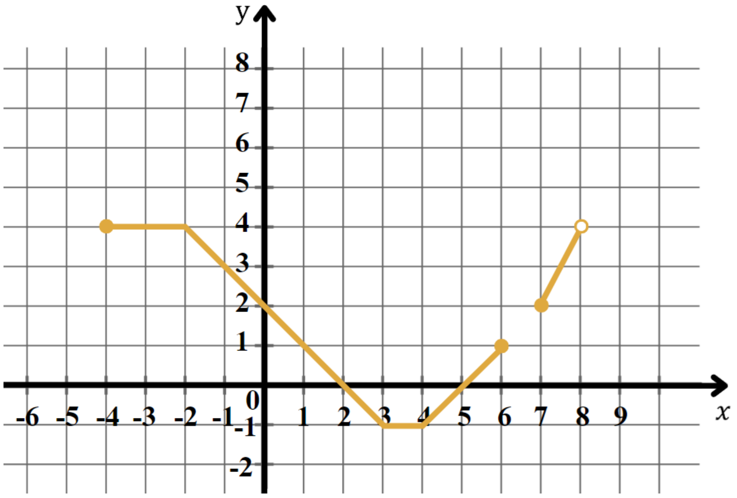
$k = 1 \quad \vee \quad 4k^2 = -3$

$k^2 = -\frac{3}{4}$ $k \in \emptyset$

sprzeczne

Zadanie 15.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



Zadanie 15.1 (0-2)

Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A-F.

Dziedziną funkcji f jest zbiór	C
Zbiorem wartości funkcji f jest zbiór	E

A. $[-4,6) \cup (7,8)$ **B.** $(-1,4)$

C. $[-4,6] \cup [7,8)$ **D.** $[-1,2)$

E. $[-1,4]$ **F.** $[-4,8)$

Brudnopis

Zadanie 15.2 (0-1)

Zapisz poniżej w postaci przedziału zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości nieujemne.

$f(x) \geqslant 0$ dla $x \in [-4,2] \cup [5,6] \cup [7,8)$

Brudnopis

Zadanie 16. (0-1)

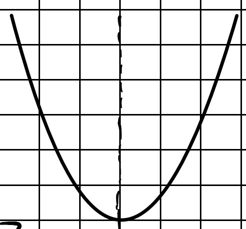
Funkcja kwadratowa f o równaniu $f(x) = 4((x-3)^2 + 2)$ jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Przedział $[2, +\infty)$ jest zbiorem wartości funkcji f	**P**	**F**
Funkcja f jest malejąca w przedziale $[3, +\infty)$	**P**	**F**

Brudnopis

$f(x) = 4((x-3)^2+2) = 4(x-3)^2 + 8$



$f \downarrow \; x \in (-\infty, 3]$

$x = 3$

Zadanie 17. (0-1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 5 \cdot 2^{2-n}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $a_4 - a_2$ jest równa.

A. $\frac{-15}{4}$ **B.** 0 **C.** 15 **D.** $\frac{5}{4}$

Brudnopis

$a_4 = 5 \cdot 2^{2-4} = 5 \cdot 2^{-2} = \frac{5}{4}$

$a_2 = 5 \cdot 2^{2-2} = 5 \cdot 2^0 = 5 \cdot 1 = 5$

$a_4 - a_2 = \frac{5}{4} - 5 = \frac{5}{4} - \frac{20}{4} = -\frac{15}{4}$

Zadanie 18. (0-1)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ o wzorze ogólnym $a_n = 2n + 3$.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3. **Ciąg (a_n) jest ciągiem**

A.	rosnącym	ponieważ	1.	dla każdego $n, a_n > a_{n+1}$
			2.	dla każdego $n, a_{n-1} + a_n > 0$
B.	malejącym		3.	dla każdego $n, a_n - a_{n-1} > 0$

Brudnopis

$a_n = 2n+3$

$a_{n+1} = 2(n+1)+3 = 2n+2+3 = 2n+5$

$a_{n+1} - a_n > 0$, $a_n - a_{n-1} > 0$

$a_{n+1} > a_n$ $a_n > a_{n-1}$

$r = a_{n+1} - a_n = 2n+5-(2n+3) = 2n+5-2n-3 = 2 > 0$

Zadanie 19. (0-2)

Wyrazy 1, 11 oraz 61 ciągu arytmetycznego o wyrazie ogólnym $a_n = 2n + 3$ w podanej kolejności tworzą trzywyrazowy ciąg geometryczny. **Oblicz iloraz ciągu. Zapisz obliczenia.**

oraz sumę wyrazów od 3 do 7.

$a_1, a_{11}, a_{61} \to$ ciąg geometryczny

$a_1 = 2 \cdot 1 + 3 = 5$

$a_{11} = 2 \cdot 11 + 3 = 22 + 3 = 25$

$(5, 25, 125)$

$a_{61} = 2 \cdot 61 + 3 = 125$

$q = \frac{125}{25} = 5$

$\boxed{S_{3 \to 7}} = S_7 - S_2$

$b_1 + b_2 + \boxed{b_3 + b_4 + b_5 + b_6 + b_7} + b_8 \ldots$

$S_2 = 30$

$S_7 = 5 \cdot \frac{1-5^7}{1-5} = 5 \cdot \frac{1-78125}{-4} = 5 \cdot \frac{-78124}{-4} = 5 \cdot 19531 = 97655$

$S_{3 \to 7} = S_7 - S_2 = 97655 - 30 = 97625$

Zadanie 20. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\frac{\sin\alpha}{tg\,\alpha}\cdot\cos\alpha\ +\sin^2\alpha$ jest równe

A. $1-\sin^2\alpha$ **B.** 1 **C.** $\cos\alpha$ **D.** $1+\sin^2\alpha$

Brudnopis

$$\frac{\sin\alpha}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}\cdot\cos\alpha+\sin^2\alpha=\cancel{\sin\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{\cancel{\sin\alpha}}\cdot\cos\alpha+\sin^2\alpha=$$

$$=\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$$

Zadanie 21. (0-1)

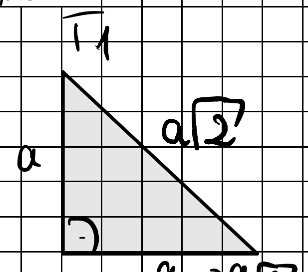
Trójkąt równoramienny prostokątny T_1 o polu równym 81 jest podobny do trójkąta T_2. Przeciwprostokątna trójkąta T_2 ma długość $3\sqrt{2}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trójkąt T_2 jest podobny do trójkąta T_1 w skali

A. 9 **B.** $\frac{\sqrt{2}}{6}$ **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Brudnopis



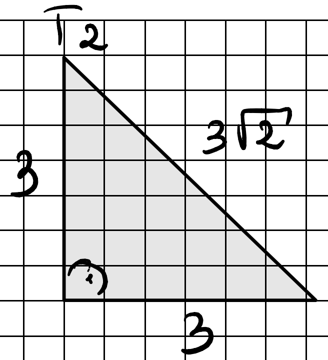
$a=9\sqrt2$

$P_1=81$

$\frac{1}{2}a^2=81$

$a^2=162$

$a=9\sqrt{2}$

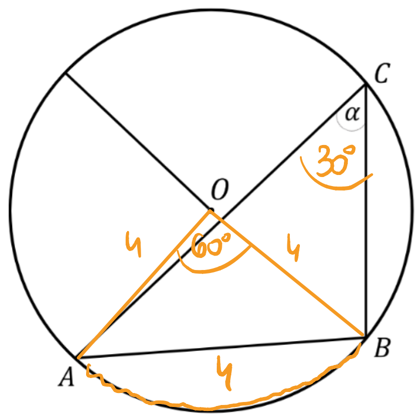


$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{\cancel{3}^{1}\sqrt2}{\cancel{9}_{3}}$$

$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{9}_{3}\sqrt2}=\frac{1}{3\sqrt2}\cdot\frac{\sqrt2}{\sqrt2}=\frac{\sqrt2}{6}$$

Zadanie 22. (0-1)

W okręgu o środku w punkcie O i promieniu $4\ cm$ wpisano trójkąt ABC. Odcinek $|AB| = 4\ cm$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie.
Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego α jest równa

A. 10^o **B.** 60^o **C.** 30^o **D.** 40^o

Brudnopis

Zadanie 23. (0-1)

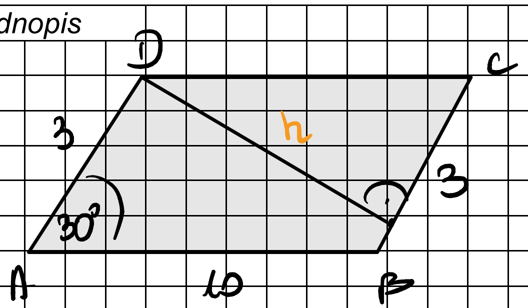
W równoległoboku $ABCD$ kąt ostry ma miarę 30^o a boki długości odpowiednio $|AB| = 10$, $|AD| = 3$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość wysokości równoległoboku opuszczonej na bok BC wynosi

A. $\frac{1}{3}$ **B.** 5 **C.** 10 **D.** 15

Brudnopis



$P_{▱} = 3 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ =$

$= 30 \cdot \frac{1}{2} = 15$

$15 = 3 \cdot h \quad | : 3$

$h = 5$

Zadanie 24. (0-1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są prosta k o równaniu $y = \frac{2}{7}x - \frac{4}{7}$ oraz punkt $P = (0{,}11)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta przechodząca przez punkt P i prostopadła do k ma równanie

A. $y = \frac{7}{2}x + 11$ **B.** $y = -\frac{7}{2}x$ **C.** $y = -\frac{2}{7}x + \frac{4}{7}$ **D.** $y = -\frac{7}{2}x + 11$

Brudnopis

$y = -\frac{7}{2}x + 11$

Zadanie 25. (0-1)

Na płaszczyźnie w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dane są dwie proste o równaniach $y_1 = -4x + 4k$ oraz $y_2 = 2kx + \frac{3}{4}k + 4x - 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste y_1 oraz y_2 są równoległe gdy

A. $k = 1$ **B.** $k = -2$ **C.** $k = 2$ **D.** $k = -4$

Brudnopis

$a_1 = -4$

$y_2 = 2kx + 4x + \frac{3}{4}k - 1$

$y_2 = x(2k+4) + \frac{3}{4}k - 1$

$a_2 = 2k + 4$

$y_1 \parallel y_2 \iff -4 = 2k + 4$

$-8 = 2k \quad | :2$

$k = -4$

Zadanie 26. (0-1)

Na płaszczyźnie w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dany jest okrąg O o środku w punkcie $S = (1, -2)$ i promieniu $\sqrt{3}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg O jest określony równaniem

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = \sqrt{3}$

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 3$

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = \sqrt{3}$

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$

Brudnopis

$S = (\underset{a}{1}, \underset{b}{-2})$ $r = \sqrt{3}$

Postać kanoniczna okręgu:

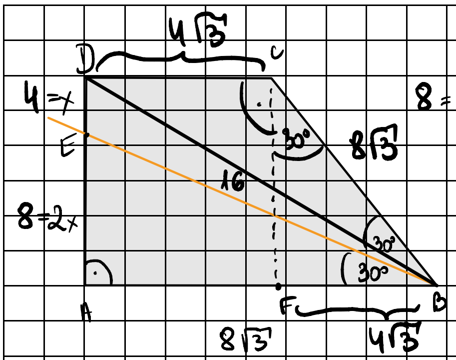
$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

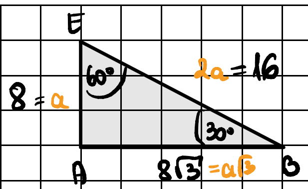
$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 3$

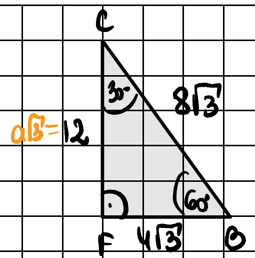
Zadanie 27. (0-3)

W trapezie prostokątnym $ABCD$ dwusieczna kąta ostrego przy podstawie podzieliła wysokość trapezu w stosunku $2:1$ licząc od wierzchołka podstawy i przecięła wysokość $|AD|$ w punkcie E. Ponadto $|AB| = 8\sqrt{3}$, $AB \parallel DC$, $|\measuredangle ABC| = 60^o$.

Oblicz pole trójkąta EBD. Zapisz obliczenia.



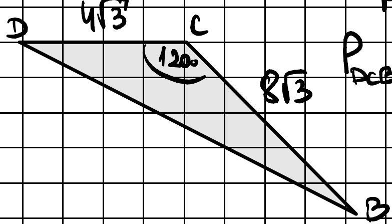




$a\sqrt{3} = 12$

$a = \frac{12\sqrt{3}}{3}$

$a = 4\sqrt{3}$



$P_{DCB} = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 8\sqrt{3} \cdot \sin 120^o$

$\sin 120^o = \sin(180^o - 60^o) = \sin 60^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$P_{DCB} = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 8\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3}$

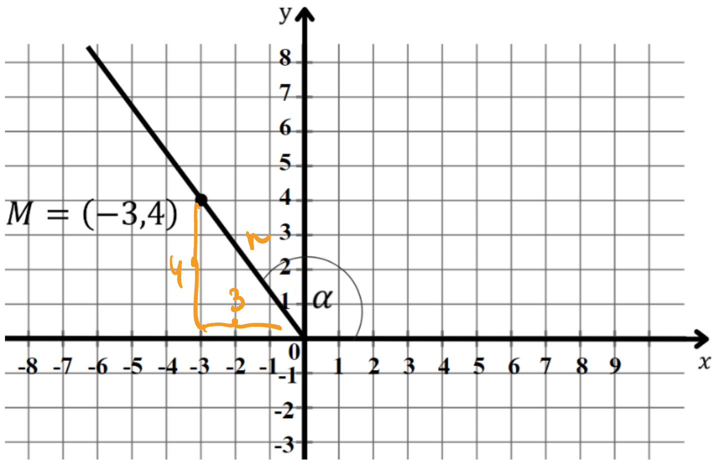
$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 8\sqrt{3} \cdot 8 = 32\sqrt{3}$

$P_{ABCD} = \frac{1}{2}(8\sqrt{3} + 4\sqrt{3}) \cdot 12 = 12\sqrt{3} \cdot 6 = 72\sqrt{3}$

$P_{EBD} = P_{ABCD} - (P_{DCB} + P_{ABE}) = 72\sqrt{3} - (24\sqrt{3} + 32\sqrt{3}) = 16\sqrt{3}$

Zadanie 28. (0-1)

Na płaszczyźnie w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), zaznaczono kąt α o wierzchołku w początku układu współrzędnych. Jedno z ramion pokrywa się z dodatnią półosią OX, a drugie przechodzi przez punkt $M = (-3,4)$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $cos^2\,\alpha + 1$ wynosi

A. $\frac{9}{25}$ B. $\frac{41}{25}$ C. $\frac{16}{25}$ D. $\frac{34}{25}$

Brudnopis

$\cos\alpha = \frac{x}{r}$ $r = 5$, $x = -3$

$\cos\alpha = \frac{-3}{5}$, $\cos^2\alpha = \frac{9}{25}$

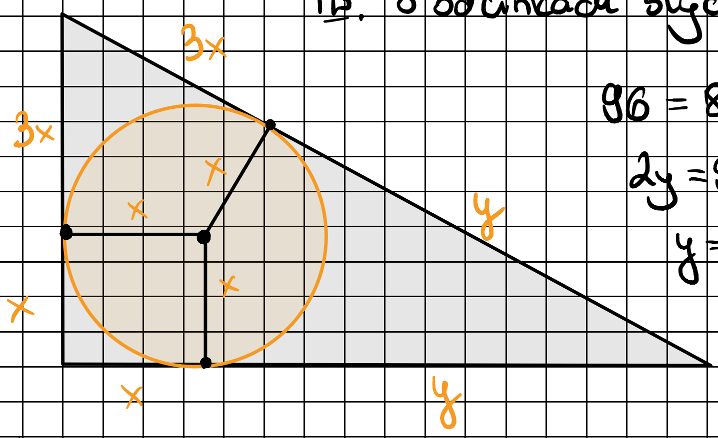
$\cos^2\alpha + 1 = \frac{9}{25} + \frac{25}{25} = \frac{34}{25}$

Zadanie 29. (0-3)

Parking salonu BMW ma kształt trójkąta prostokątnego. Właściciel salonu zaplanował umieścić w nim logo firmy w kształcie okręgu z kostki brukowej tak, aby logo dotykało każdej krawędzi krawężnika parkingu. Punkt styczności logo z krótszą przyprostokątną parkingu podzielił ją w stosunku $1 : 3$ licząc od wierzchołka kąta prostego. Długość krawężnika parkingu wynosi 96 m.

Oblicz jaką długość powinien mieć promień logo, aby pole powierzchni parkingu było jak największe. Oblicz to pole. Zapisz obliczenia.

Tw. o odcinkach stycznych

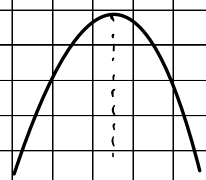


$$96 = 8x + 2y$$
$$2y = 96 - 8x \quad |:2$$
$$y = 48 - 4x$$

$$48 - 4x > 0$$
$$-4x > -48$$
$$x < 12$$

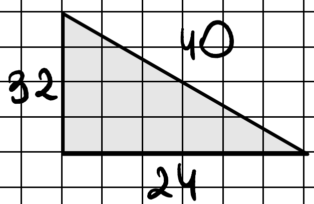
$$P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 4x \cdot (x + y)$$

$$P(x) = \frac{1}{2} \cdot 4x \cdot (x + 48 - 4x) = \frac{1}{2} \cdot 4x \cdot (-3x + 48) =$$
$$= 2x(-3x + 48) = -6x^2 + 96x$$



$$x = p = -\frac{b}{2a}$$

$$x = \frac{-96}{-12} = 8$$
$$y = 48 - 4 \cdot 8 = 48 - 32 = 16$$

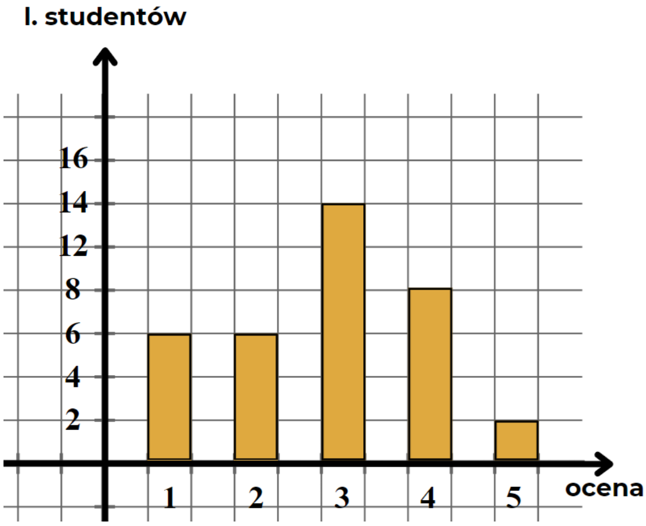


$$P = \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 24 = 384$$

$$P(8) = -6 \cdot 8^2 + 96 \cdot 8 = -384 + 768 =$$
$$= 384$$

Zadanie 30.1 (0-1)

Na poniższym wykresie przedstawiono wyniki kolokwium z analizy matematycznej.



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F jeśli jest fałszywe.

Średnia arytmetyczna jest wartością wymierną.	P	F
Ponad połowa studentów uzyskała wynik powyżej średniej.	P	F

Brudnopis

$\bar{x} = \frac{1\cdot 6 + 2\cdot 6 + 3\cdot 14 + 4\cdot 8 + 5\cdot 2}{6+6+14+8+2} = \frac{6+12+42+32+10}{36} = \frac{102}{36} = 2,8(3)$

Powyżej średniej: 3, 4, 5 tj. $14+8+2=24$, $\frac{24}{36} = \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$

Zadanie 30.2 (0-1)

Oblicz odchylenie standardowe zestawu danych $1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5$.

$\sigma = \frac{\sqrt{35}}{5}$

Brudnopis

$\bar{x} = \frac{2\cdot 1 + 5\cdot 3 + 2\cdot 4 + 5}{10} = \frac{2+15+8+5}{10} = \frac{30}{10} = 3$

$\sigma = \sqrt{\frac{2\cdot(1-3)^2 + 5\cdot(3-3)^2 + 2\cdot(4-3)^2 + (5-3)^2}{10}} = \sqrt{\frac{2\cdot 4 + 5\cdot 0 + 2 + 4}{10}}$

$= \sqrt{\frac{14}{10}} = \sqrt{1,4} \approx 1,8$ dokładna wartość

$\sqrt{\frac{7}{5}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{35}}{5}$

Zadanie 31. (0-1)

Hasło do *ZIU* (*Zintegrowanego Interfejsu Użytkownika*) pewnego maturzysty składa się z 5 - cyfrowego kodu.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Ile jest kodów, w których pierwsza cyfra jest nieparzysta, ostatnia parzysta a środkowa jest nie mniejsza od 4.

A. $15 \cdot 10^3$ **B.** $25 \cdot 10^3$ **C.** $6 \cdot 10^4$ **D.** $125 \cdot 10^2$

Brudnopis

1)N			3)≥4					5)P
5	·	10	·	6	·	10	·	5
1, 3, 5, 7, 9		0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9		4, 5, 6, 7, 8, 9		0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9		0, 2, 4, 6, 8

$= 150 \cdot 10^2 = 15 \cdot 10^3$

Zadanie 32. (0-1)

Ze zbioru liczb $\{1,2,3,4,5,6\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem.

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo dwukrotnego wylosowania liczby pierwszej wynosi

A. $\frac{1}{6}$ **B.** $\frac{1}{12}$ **C.** $\frac{1}{9}$ **D.** $\frac{1}{4}$

Brudnopis

$\Omega = \underline{6} \cdot \underline{6} = 36$

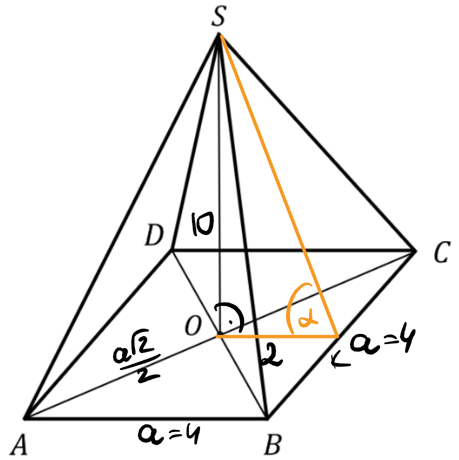
$A = \{22, 23, 25, 32, 33, 35, 52, 53, 55\}$

$P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

SUMA∑ROOM

Zadanie 33. (0-3)

Objętość ostrosłupa $ADOS$ wynosi $13\frac{1}{3}$.
Wiedząc, że $|OS| = 10$, wyznacz cosinus kąta między ścianą boczną a płaszczyzną podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ oraz pole jego powierzchni bocznej.



$V_{ADOS} = \frac{40}{3}$, $V_{ABCDS} = 4 \cdot \frac{40}{3} = \frac{160}{3}$, $|OS| = 10 = H$

$\frac{40}{3} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 = \frac{1}{6} \cdot \frac{a^2 \cdot 2}{4} \cdot 10 = \frac{10a^2}{12}$

$\frac{40}{3} = \frac{10a^2}{12}$

$480 = 30a^2$

$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$

$10^2 + 2^2 = |SK|^2$

$100 + 4 = |SK|^2$

$|SK| = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$

$\cos\alpha = \frac{2}{2\sqrt{26}} \cdot \frac{\sqrt{26}}{\sqrt{26}}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{26}}{26}$

$P_b = 4 \cdot P_{BCS} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{26} = 16\sqrt{26}$

SUMA ROOM