



**Egzamin maturalny**

**Formuła 2024**

**MATEMATYKA**

**Poziom podstawowy**

**PRÓBNY ARKUSZ MATURALNY**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

#### **Informacja dla zdającego**

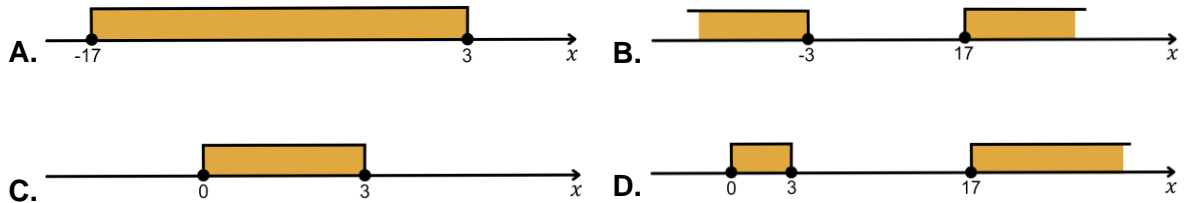
1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 21 stron (zadania 1-33). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz krzyżykiem w arkuszu zgodnie z poleceniem w zadaniu. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to zadanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

### Zadanie 1. (0-1)

Dana jest nierówność  $|x + 7| \leq 10$ .

Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych nieujemnych spełniających powyższą nierówność?

Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.



Brudnopis															

### Zadanie 2. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $6(\sqrt{75} - \sqrt{48})$  jest równa

- A.  $6^{\frac{3}{2}}$                       B.  $2 \cdot 3^{\frac{3}{2}}$                       C.  $2 \cdot 9^{\frac{1}{2}}$                       D.  $3^{\frac{1}{2}}$

Brudnopis															

**Zadanie 3. (0-1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba  $\left(2 \log 5 + \log 4 - \log \frac{1}{10}\right)^{-1}$  jest równa

A. 3

B. 5

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $-\frac{1}{3}$

Brdnopis																			

**Zadanie 4. (0-2)**

**Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$  reszta z dzielenia liczby  $102n^2 - 85n - 99$  przez 17 wynosi 3.**


**Zadanie 5. (0-1)****Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**Wartość kwadratu wyrażenia  $\left(\frac{7^{-1}}{(-7^{-1})^{-2}} \cdot \frac{1}{7}\right)^{-1}$  jest równaA.  $7^8$ B.  $7^{-2}$ C.  $\frac{1}{7}$ D.  $7^4$ 

<i>Brudnopis</i>																										

**Zadanie 6. (0-1)****Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**Wartość wyrażenia  $7\left((7 - \sqrt{7})^2 - (\sqrt{7} - 7)^2\right)$  jest równaA.  $-7\sqrt{7}$ B.  $\sqrt{7}$ 

C. 0

D.  $2\sqrt{7}$ 

<i>Brudnopis</i>																										

**Zadanie 7. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Różnica dwóch liczb  $a, b$  takich, że  $a = \frac{1}{x+1}$ ,  $b = \frac{1}{x}$ , gdzie  $x \neq 0, x \neq -1$  jest równa

**A.**  $\frac{-1}{x^2+x}$

**B.**  $\frac{1}{x^2}$

**C.**  $\frac{-1}{(x-1)x}$

**D.** 1

Brudnopis																			

**Zadanie 8. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie  $\frac{(x^2-16)(x^2-4)}{(x-4)(x+2)} = 0$  w zbiorze liczb naturalnych ma dokładnie

**A.** jedno rozwiązanie**B.** dwa rozwiązania**C.** trzy rozwiązania**D.** cztery rozwiązania

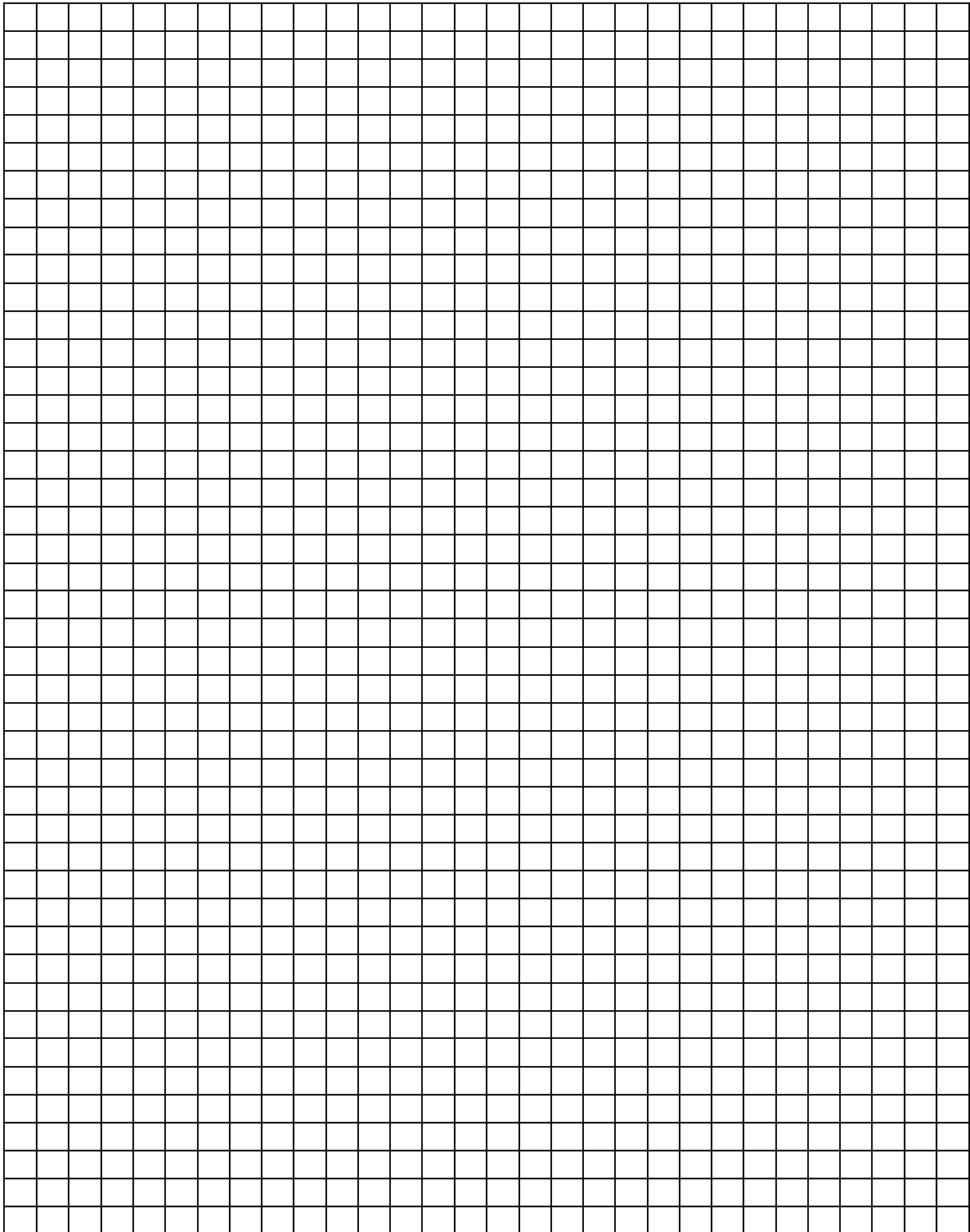
Brudnopis																			

**Zadanie 9. (0-3)**

**Rozwiąż równanie**

$$x^3 - 5x^2 + 4x - 20 = 0$$

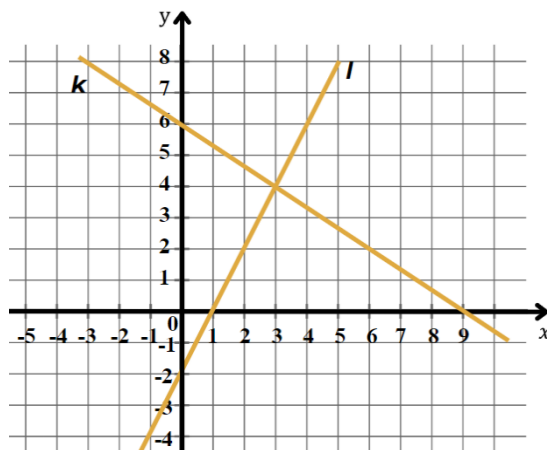
**Zapisz obliczenia.**



### Zadanie 10. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Na poniższym rysunku przedstawiono dwie proste o równaniach



A.  $k: y = -\frac{2}{3}x - 6$  i  $l: y = 2x - 2$

B.  $k: y = \frac{2}{3}x + 6$  i  $l: y = -2x - 2$

C.  $k: y = -\frac{2}{3}x + 6$  i  $l: y = 2x - 2$

D.  $k: y = 2x - 2$  i  $l: y = -\frac{2}{3}x + 6$

Brudnopis

Brudnopis																			

### Zadanie 11. (0-1)

Funkcja liniowa  $f$  przecina dodatnie półosie układu współrzędnych w punktach o rzędnej i odciętej równej 4.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wzór funkcji  $f$  ma postać

- A.  $f(x) = x + 4$      B.  $f(x) = 4x + 4$      C.  $f(x) = -4x + 4$      D.  $f(x) = -x + 4$

<i>Brudnopis</i>																										

### Zadanie 12. (0-1)

Masa początkowa substancji radioaktywnej zmniejsza się zgodnie z zależnością wykładniczą

$$m(t) = m_0 \cdot (0,5)^t$$

gdzie:

$m_0$  – początkowa masa substancji (wyrażona w mg)

$t$  – czas (wyrażony w dniach)

**Oblicz, ile mg substancji radioaktywnej pozostanie po 5 dniach, jeśli początkowa masa substancji w chwili rozpadu wynosi 20 mg. Zapisz obliczenia.**




**Zadanie 13. (0-1)**

Funkcja kwadratowa  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = 2(x + 4)(x - 2)$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Ośią symetrii paraboli będącej wykresem funkcji  $f$  jest prosta o równaniu

**A.**  $x = 1$

**B.**  $x = -1$

**C.**  $y = -1$

**D.**  $y = 1$

<i>Brudnopis</i>																			

**Zadanie 14. (0-1)**

Dany jest wielomian  $W(x) = x^3 + 4k^2(k - 1)x + 3kx - 4$ , gdzie  $k$  jest pewną liczbą rzeczywistą. Wiadomo, że wielomian  $W$  można zapisać w postaci  $W(x) = (x - 1) \cdot P(x)$ .

Dla pewnego wielomianu  $P$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba  $k$  jest równa

**A.** 1

**B.**  $-3$

**C.** 0

**D.** 3

<i>Brudnopis</i>																			



**Zadanie 15.2 (0-1)**

Zapisz poniżej w postaci przedziału zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja  $f$  przyjmuje wartości nieujemne.

.....

<i>Brudnopis</i>														

**Zadanie 16. (0-1)**

Funkcja kwadratowa  $f$  o równaniu  $f(x) = 4((x - 3)^2 + 2)$  jest określona dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Przedział $[2, +\infty)$ jest zbiorem wartości funkcji $f$	P	F
Funkcja $f$ jest malejąca w przedziale $[3, +\infty)$	P	F

<i>Brudnopis</i>														

**Zadanie 17. (0-1)**

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = 5 \cdot 2^{2-n}$  dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia  $a_4 - a_2$  jest równa.

A.  $\frac{-15}{4}$

B. 0

C. 15

D.  $\frac{5}{4}$

Brdnopsis																						

**Zadanie 18. (0-1)**

Dany jest ciąg arytmetyczny  $(a_n)$ , określony dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$  o wzorze ogólnym  $a_n = 4n + 7$ .

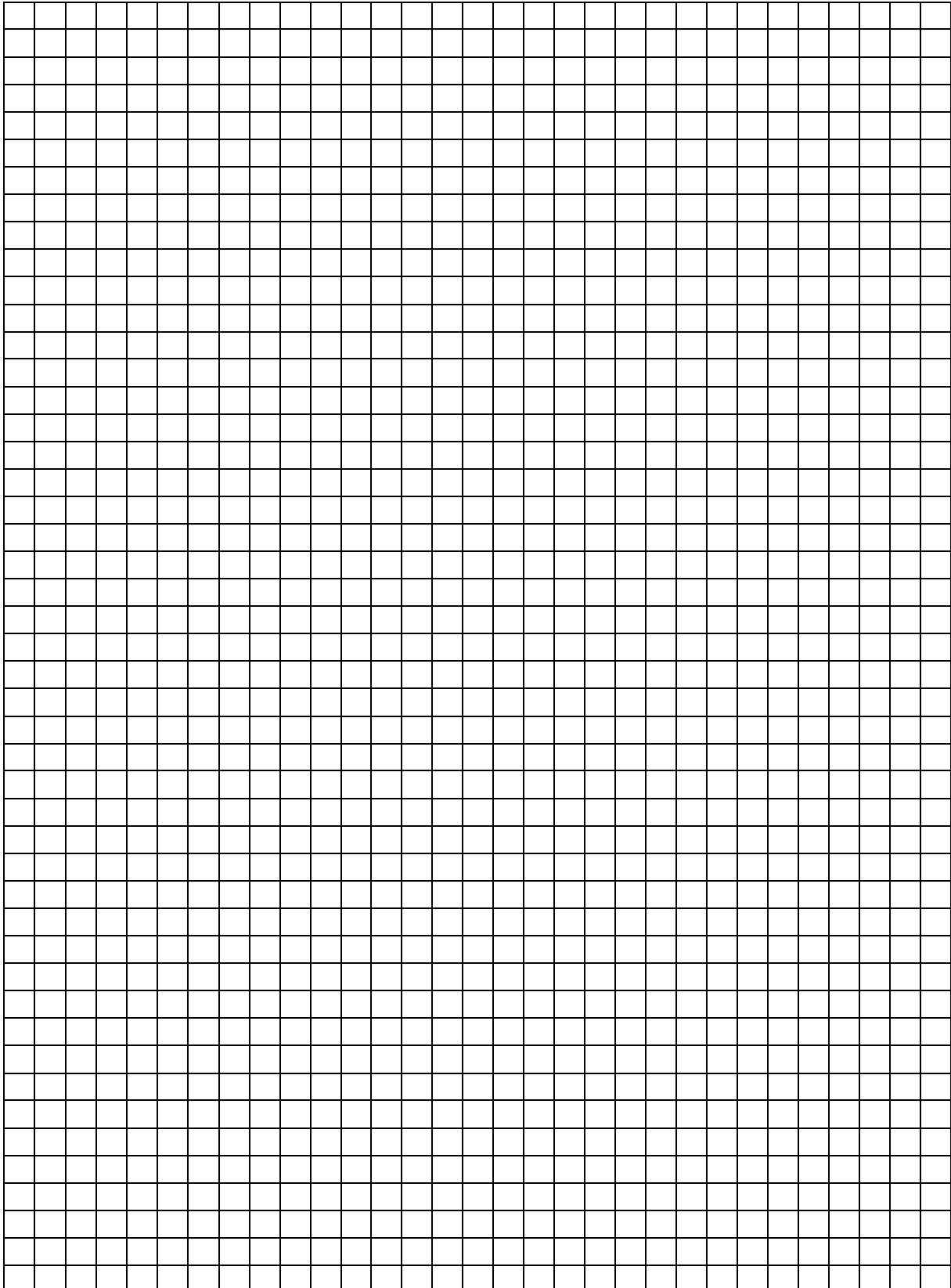
Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3. **Ciąg  $(a_n)$  jest ciągiem**

A.	rosnącym	ponieważ	1.	dla każdego $n, a_n > a_{n+1}$
			2.	dla każdego $n, a_{n-1} + a_n > 0$
B.	malejącym		3.	dla każdego $n, a_n - a_{n-1} > 0$

Brdnopsis																						

**Zadanie 19. (0-2)**

Wyrazy 1, 11 oraz 61 ciągu arytmetycznego o wyrazie ogólnym  $a_n = 2n + 3$  w podanej kolejności tworzą trzywyrazowy ciąg geometryczny. **Oblicz iloraz ciągu geometrycznego oraz sumę wyrazów od 3 do 7. Zapisz obliczenia.**



**Zadanie 20. (0-1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.** Dla każdego kąta ostrego  $\alpha$  wyrażenie  $\frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \cos \alpha + \sin^2 \alpha$  jest równe

A.  $1 - \sin^2 \alpha$

B. 1

C.  $\cos \alpha$

D.  $1 + \sin^2 \alpha$

Bрудnopis																			

**Zadanie 21. (0-1)**

Trójkąt równoramienny prostokątny  $T_1$  o polu równym 81 jest podobny do trójkąta  $T_2$ . Przeciwprostokątna trójkąta  $T_2$  ma długość  $3\sqrt{2}$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Trójkąt  $T_2$  jest podobny do trójkąta  $T_1$  w skali

A. 9

B.  $\frac{\sqrt{2}}{6}$

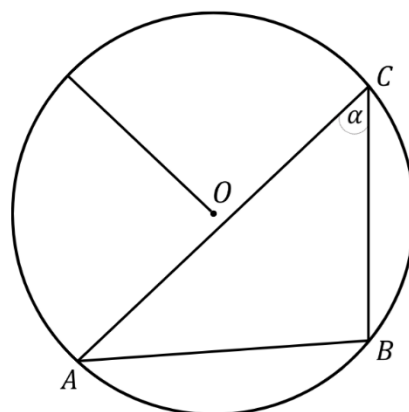
C.  $\sqrt{2}$

D.  $\frac{1}{3}$

Bрудnopis																			

**Zadanie 22. (0-1)**

W okręgu o środku w punkcie  $O$  i promieniu  $4\text{ cm}$  wpisano trójkąt  $ABC$ . Odcinek  $|AB| = 4\text{ cm}$  (zobacz rysunek).



**Dokończ zdanie.**

**Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Miara kąta ostrego  $\alpha$  jest równa

A.  $10^\circ$

B.  $60^\circ$

C.  $30^\circ$

D.  $40^\circ$

Brudnopis																			

**Zadanie 23. (0-1)**

W równoległoboku  $ABCD$  kąt ostry ma miarę  $30^\circ$  a boki długości odpowiednio  $|AB| = 10$ ,  $|AD| = 3$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Długość wysokości równoległoboku opuszczonej na bok  $BC$  wynosi

A.  $\frac{1}{3}$

B. 5

C. 10

D. 15

Brudnopis																			

**Zadanie 24. (0-1)**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x,y)$  dane są prosta  $k$  o równaniu  $y = \frac{2}{7}x - \frac{4}{7}$  oraz punkt  $P = (0,11)$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Prosta przechodząca przez punkt  $P$  i prostopadła do  $k$  ma równanie

- A.**  $y = \frac{7}{2}x + 11$       **B.**  $y = -\frac{7}{2}x$       **C.**  $y = -\frac{2}{7}x + \frac{4}{7}$       **D.**  $y = -\frac{7}{2}x + 11$

<i>Brudnopis</i>																	

**Zadanie 25. (0-1)**

Na płaszczyźnie w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x,y)$ , dane są dwie proste o równaniach  $y_1 = -4x + 4k$  oraz  $y_2 = 2kx + \frac{3}{4}k + 4x - 1$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Proste  $y_1$  oraz  $y_2$  są równoległe gdy

- A.**  $k = 1$       **B.**  $k = -2$       **C.**  $k = 2$       **D.**  $k = -4$

<i>Brudnopis</i>																	



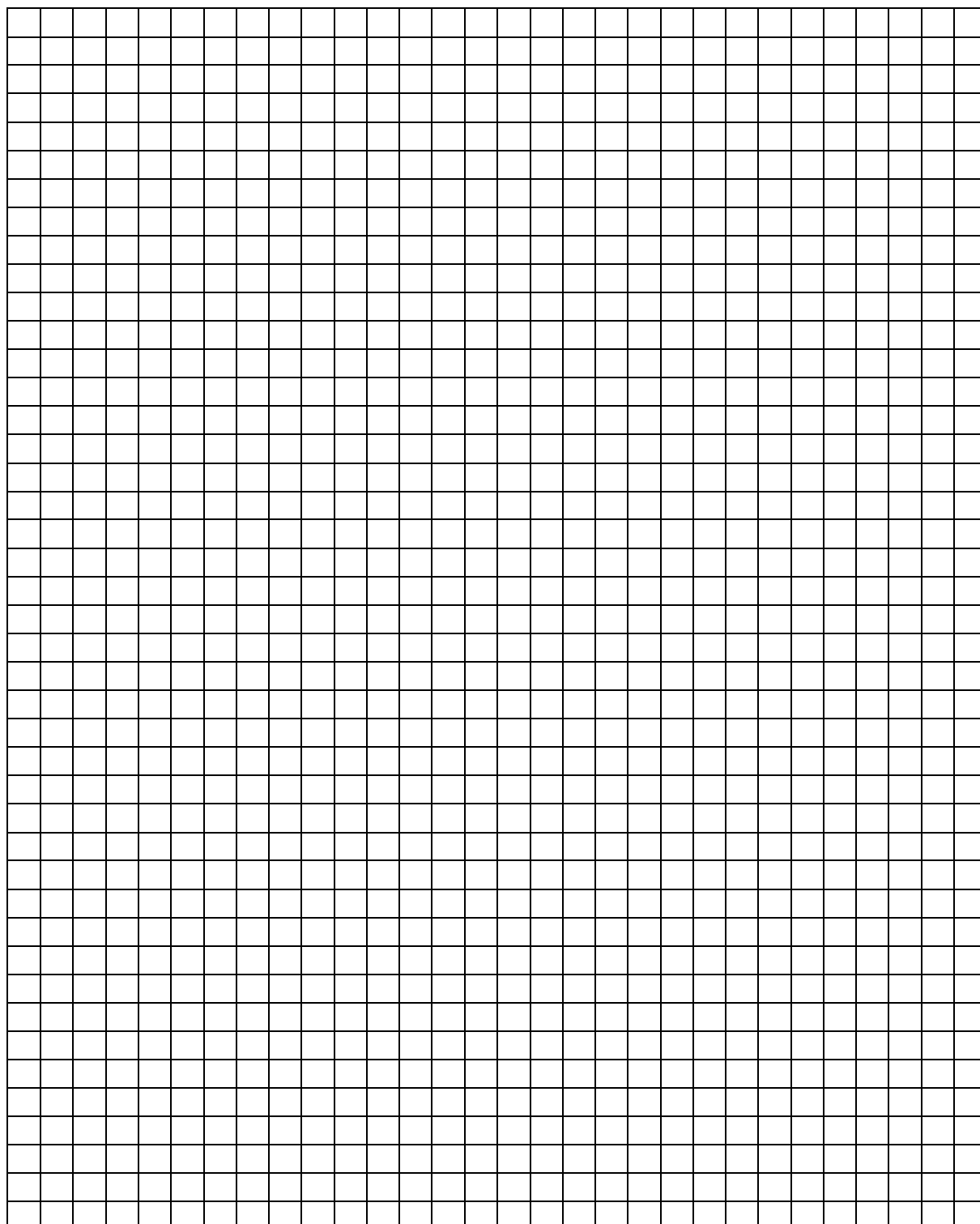




### Zadanie 29. (0-3)

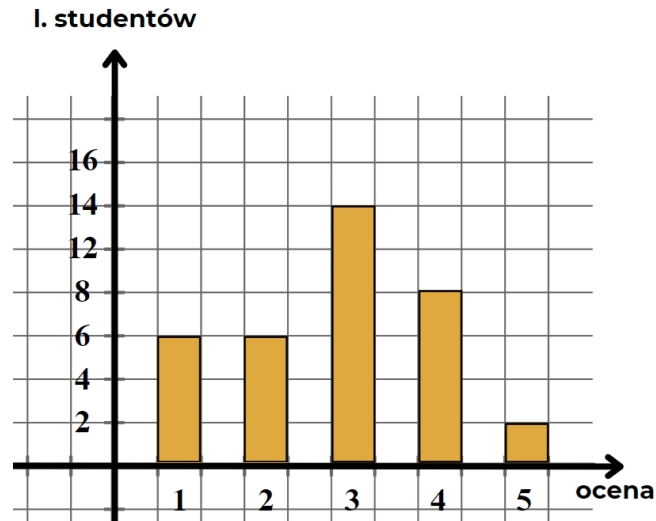
Parking salonu BMW ma kształt trójkąta prostokątnego. Właściciel salonu zaplanował umieścić w nim logo firmy w kształcie okręgu z kostki brukowej tak, aby logo dotykało każdej krawędzi krawężnika parkingu. Punkt styczności logo z krótszą przyprostokątną parkingu podzielił ją w stosunku 1 : 3 licząc od wierzchołka kąta prostego. Długość krawężnika parkingu wynosi 96 m.

**Oblicz jaką długość powinien mieć promień logo, aby pole powierzchni parkingu było jak największe. Oblicz to pole. Zapisz obliczenia.**



**Zadanie 30.1 (0-1)**

Na poniższym wykresie przedstawiono wyniki kolokwium z analizy matematycznej.



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F jeśli jest fałszywe.

Średnia arytmetyczna jest wartością wymierną.	P	F
Ponad połowa studentów uzyskała wynik powyżej średniej.	P	F

*Brudnopis*


**Zadanie 30.2 (0-1)**

Oblicz odchylenie standardowe zestawu danych 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5.

*Brudnopis*


**Zadanie 31. (0-1)**

Hasło do ZIU (*Zintegrowanego Interfejsu Użytkownika*) pewnego maturzysty składa się z 5 - cyfrowego kodu.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Ile jest kodów, w których pierwsza cyfra jest nieparzysta, ostatnia parzysta a środkowa jest nie mniejsza od 4.

A.  $15 \cdot 10^3$

B.  $25 \cdot 10^3$

C.  $6 \cdot 10^4$

D.  $125 \cdot 10^2$

<i>Brudnopis</i>																			

**Zadanie 32. (0-1)**

Ze zbioru liczb  $\{1,2,3,4,5,6\}$  losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem.

**Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź spośród podanych.**

Prawdopodobieństwo dwukrotnego wylosowania liczby pierwszej wynosi

A.  $\frac{1}{6}$

B.  $\frac{1}{12}$

C.  $\frac{1}{9}$

D.  $\frac{1}{4}$

<i>Brudnopis</i>																			

**Zadanie 33. (0-3)**

Objętość ostrosłupa  $ADOS$  wynosi  $13\frac{1}{3}$ .

Wiedząc, że  $|OS| = 10$ , wyznacz cosinus kąta między ścianą boczną a płaszczyzną podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego  $ABCD$  oraz pole jego powierzchni bocznej.

