

ARKUSZ 1/7

Grudzień 2022

Liczba $\sqrt[5]{-\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[5]{-\frac{8}{27}} \cdot \sqrt[5]{-\frac{2}{3}}$ jest równa

- D.** $\left(-\frac{3}{2}\right)$

$$\sqrt[5]{-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{8}{27}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)} = \sqrt[5]{-\frac{2^5}{3^5}} = -\frac{2}{3}$$


Wartość obligacji kupionych przez pana Nowaka będzie po dwóch latach równa

- A.** $40\,000 \cdot (1,07)^2 \text{ zł}$
B. $40\,000 \cdot (1,7)^2 \text{ zł}$
C. $40\,000 \cdot 1,14 \text{ zł}$
D. $40\,000 \cdot 1,49 \text{ zł}$
- $K_n = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{n=2}$
 $40\,000 \left(1 + \frac{7}{100}\right)^2$
 $K_2 = 40\,000 \cdot (1,07)^2$

[illegible]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $\begin{cases} x + y = 8000 \\ 0,5x = 0,2y \end{cases}$ $\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 1,5x = 1,2y \end{cases}$

A. $\begin{cases} x + y = 8000 \\ 0,5x = 0,2y \end{cases}$

B. $\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 0,5x = 0,2y \end{cases}$

C. $\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 1,5x = 1,2y \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y = 8000 \\ 1,5x = 1,2y \end{cases}$

Brudnopis

Zadanie 4. (0–1)

Liczby rzeczywiste x i y są dodatnie oraz $x \neq y$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyrażenie $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y}$ można przekształcić do postaci

A. $\frac{2}{x-y}$

B. $\frac{2}{x^2-y^2}$

☒ C. $\frac{2x}{x^2-y^2}$

D. $\frac{-2xy}{x+y}$

Brudnopis

$$\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y} = \frac{x+y+x-y}{(x-y)(x+y)} = \frac{2x}{x^2-y^2}$$

Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich różnych liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym wszystkie cyfry są różne, jest

A. $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$

☒ B. $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

C. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

D. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

Brudnopis

$$\begin{array}{c} 9 \\ \hline 1 \end{array} \cdot \begin{array}{c} 9 \\ \hline 0 \end{array} \cdot \begin{array}{c} 8 \\ \hline 0 \end{array} \cdot \begin{array}{c} 7 \\ \hline 0 \end{array}$$

(1) (0) (0) (0)
niezwykłe niezwykłe niezwykłe



Zadanie 6. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = -\log_{10} x$ dla wszystkich liczb rzeczywistych dodatnich x .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość funkcji f dla argumentu $x = \sqrt{10}$ jest równa

A. 2

☒ B. $(-\frac{1}{2})$

C. $\frac{1}{2}$

D. (-2)

$$r \log_a b = \log_a b^r$$

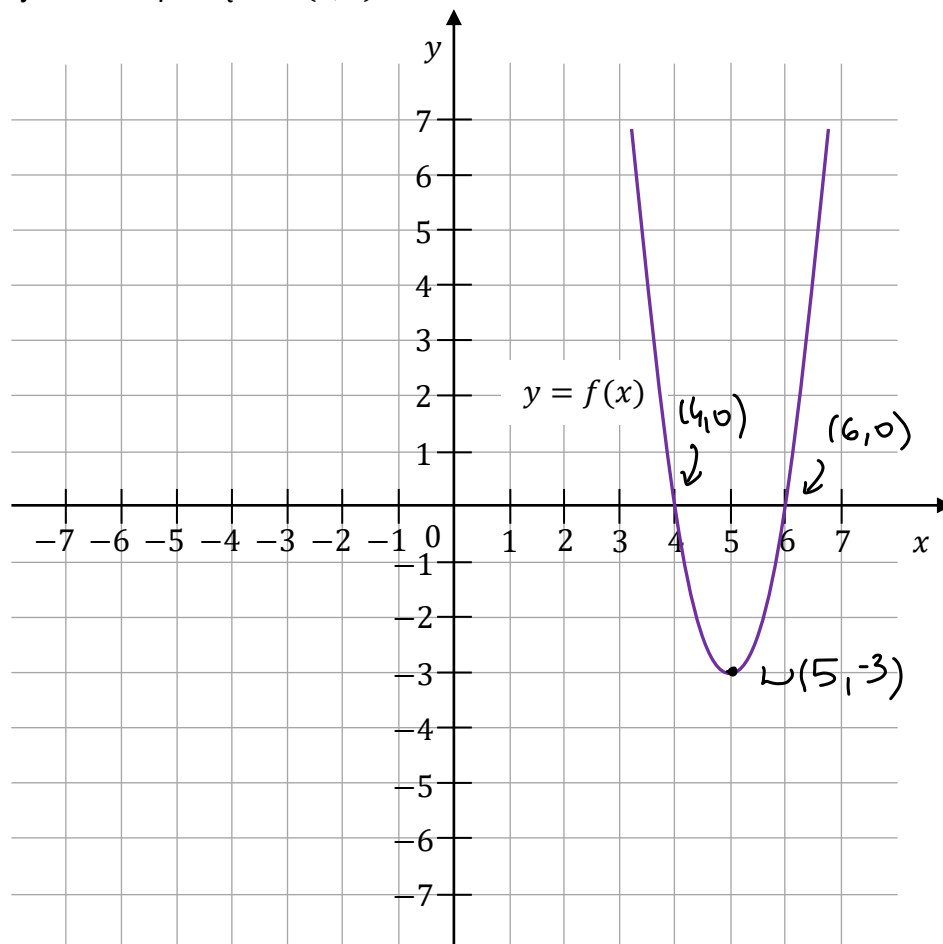
$$\log_a a = 1$$

Brudnopis

$$f(\sqrt{10}) = -\log_{10} \sqrt{10} = -\log_{10} 10^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \underbrace{\log_{10} 10}_1 = -\frac{1}{2}$$

Zadanie 7.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f , ma współrzędne $(5, -3)$. Jeden z punktów przecięcia paraboli z osią Ox układu współrzędnych ma współrzędne $(4, 0)$.



7.1.

0-1

Zadanie 7.1. (0-1)

Zapisz poniżej zbiór wszystkich wartości funkcji f .

$[-3, +\infty)$

Brudnopis



Zadanie 7.2. (0-2)Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej.

Zapisz obliczenia.

$\begin{matrix} p & q \\ \downarrow & \downarrow \\ W(5, -3) & , & (4, 0) \end{matrix}$

$f(x) = a(x-p)^2 + q$

$f(x) = a(x-5)^2 - 3$

$0 = a(4-5)^2 - 3$

$0 = a - 3$

$3 = a$

$f(x) = 3(x-5)^2 - 3$

$f(x) = 3(x+5)^2 - 3$

Odp: $f(x) = 3(x-5)^2 - 3$.

7.2.

0-1-2

Zadanie 8. (0–1)

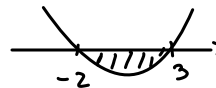
Dana jest nierówność kwadratowa

$$(3x - 9)(x + k) < 0$$

$\swarrow \quad \searrow$
 $3x^2$

z niewiadomą x i parametrem $k \in \mathbb{R}$. Rozwiązaniem tej nierówności jest przedział $(-2, 3)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.



Liczba k jest równa

A. (-2)

B. 2

C. (-3)

D. 3

Brudnopis

$$\begin{array}{l} 3x - 9 = 0 \quad \checkmark \quad x + k = 0 \\ 3x = 9 \quad x_2 = -k \\ x_1 = 3 \quad -2 = -k \\ \quad \quad \quad 2 = k \end{array}$$

Zadanie 9. (0–1)

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx + c$, gdzie a , b i c są liczbami rzeczywistymi takimi, że $a \neq 0$ oraz $c < 0$. Funkcja f nie ma miejsc zerowych.

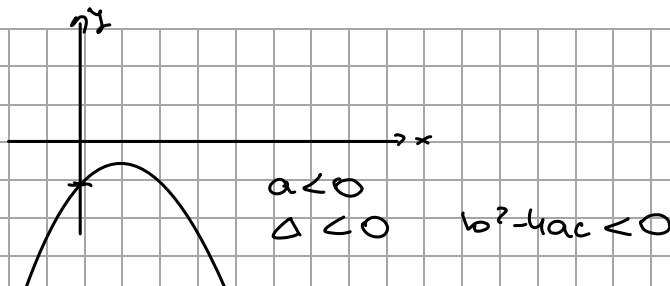
$$\Delta < 0 \quad b^2 - 4ac < 0$$

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Wykres funkcji f leży w całości

A.	nad osią Ox ,	ponieważ	①.	$a < 0$ i $b^2 - 4ac < 0$.
			2.	$a > 0$ i $b^2 - 4ac < 0$.
B.	pod osią Ox ,		3.	$a < 0$ i $b^2 - 4ac = 0$.

Brudnopis



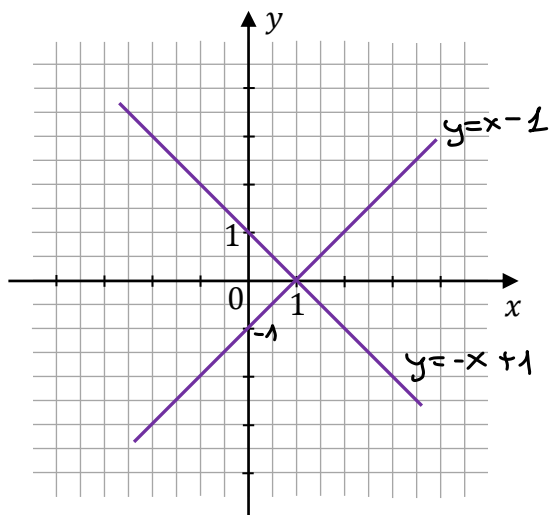
Zadanie 10. (0–1)

Dany jest układ równań

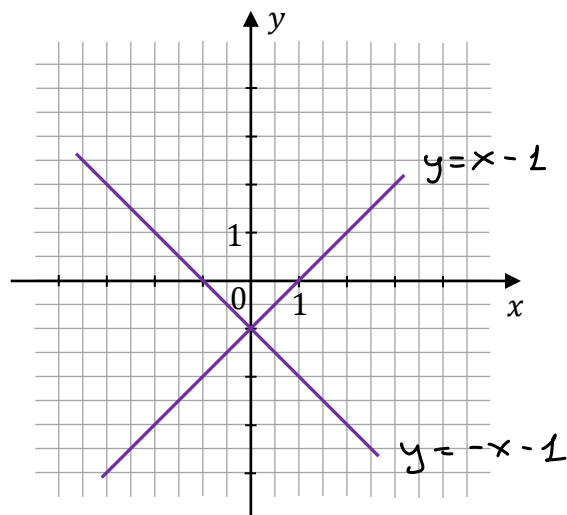
$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$

Na którym z rysunków A–D przedstawiona jest interpretacja geometryczna tego układu równań? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

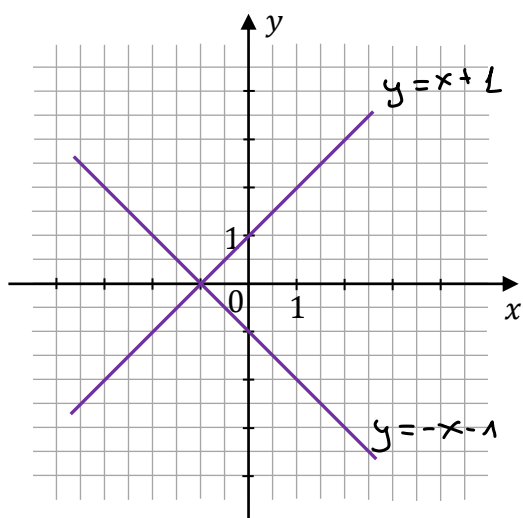
A.



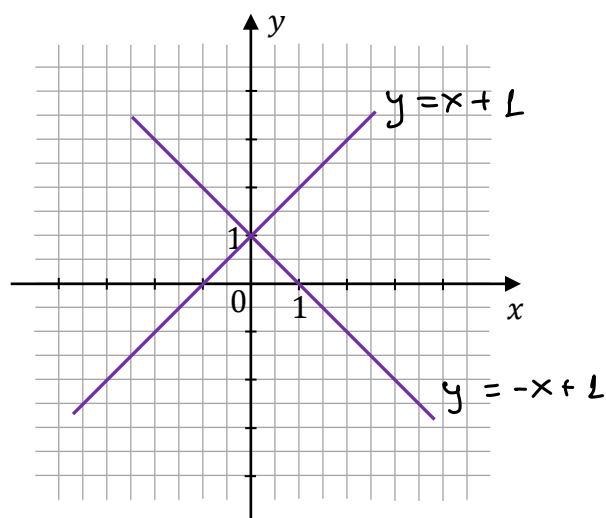
B.



C.



D.



Zadanie 11. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Rozwiązaniami równania $(4x - 5)(x^2 - 9) = 0$ są liczby

A. ~~$\frac{4}{5}, 3, -3$~~
 $\frac{5}{4}$

B. ~~$\frac{4}{5}, 3$~~
 $\frac{5}{4}$

C. ~~$\frac{4}{5}, 9$~~
 $\frac{5}{4}$

D. ~~$\frac{4}{5}, 9, -9$~~
 $\frac{5}{4}$

$$\begin{array}{lcl} 4x - 5 = 0 & \checkmark & x^2 - 9 = 0 \\ 4x = 5 & \checkmark & x^2 = 9 \\ x = \frac{5}{4} & & x = 3 \vee x = -3 \end{array}$$

Brudnopis

Zadanie 12. (0-1)

Kąt ostry równoległoboku o bokach długości 7 i 10 ma miarę 30° .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość równoległoboku opuszczona na dłuższy bok ma długość

A. 3,5

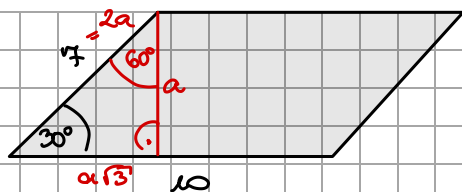
B. 5

C. 8,5

D. 10

$$\begin{array}{l} 7 = 2a \quad | :2 \\ a = \frac{7}{2} = 3,5 \end{array}$$

Brudnopis



Zadanie 13. (0-1)

Dana jest nierówność

$$2 - \frac{x}{2} \geq \frac{x}{3} - 3$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największą liczbą całkowitą, która spełnia tę nierówność, jest

A. 6

B. 5

C. 7

D. (-6)

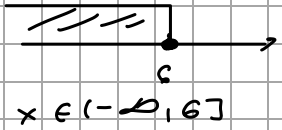
Brudnopis

$$2 - \frac{x}{2} \geq \frac{x}{3} - 3 \quad | \cdot 6$$

$$12 - 3x \geq 2x - 18$$

$$-3x - 2x \geq -18 - 12$$

$$-5x \geq -30 \quad | : (-5)$$

$$x \leq 6$$


$x \in (-\infty, 6]$

Zadanie 14. (0-2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n , liczba $6n^2 + 30n + 36$ jest podzielna przez 12.

1 pkt

$$6n^2 + 30n + 36 = 6 \cdot (n^2 + 5n + 6) = 6 \cdot (n+2)(n+3)$$

$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1, \sqrt{\Delta} = 1$

$$n_1 = \frac{-5+1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$n_2 = \frac{-5-1}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

iloczyn dwóch kolejnych liczb naturalnych, zatem $6 \cdot$ jest to liczba parzysta (podzielna przez 2)

iloczyn 6 i liczby podzielnej przez 2 jest liczbą podzielną przez 12.

1 pkt

14.

0-1-2

Zadanie 17. (0–2)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

W tym ciągu $a_1 = -5$, $a_2 = 15$, $a_3 = -45$.

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{15}{-5} = -3$$

Dokończ zdanie. Zaznacz dwie odpowiedzi tak, aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

Wzór ogólny ciągu (a_n) ma postać

☒ A. $a_n = -5 \cdot (-3)^{n-1}$

☐ B. $a_n = -5 \cdot (-3)^n$

☐ C. $a_n = -5 \cdot 3^{n-1}$

☐ D. $a_n = -5 \cdot \frac{(-3)^n}{3}$

☒ E. $a_n = 5 \cdot \frac{(-3)^n}{3}$

☐ F. $a_n = 5 \cdot (-3)^n \cdot 3$

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 \cdot q^{n-1} \\ a_n &= -5 \cdot (-3)^{n-1} = \\ &= -5 \cdot (-3)^n \cdot (-3)^{-1} = \\ &= -5 \cdot (-\frac{1}{3}) \cdot (-3)^n = \\ &= \frac{5}{3} (-3)^n = \\ &= 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot (-3)^n = 5 \cdot \frac{(-3)^n}{3} \end{aligned}$$

odwrócić

17.

0–1–2

Brudnopis

Zadanie 18. (0-1)

Kąt α jest ostry oraz $\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{64}{9}$.
 $\alpha \in (0, 90^\circ)$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ jest równa

A. $\frac{8}{3}$

B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{64}{9}$

D. $\frac{9}{64}$

Brudnopis

$$\frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = \frac{64}{9} \Rightarrow \frac{1}{(\sin \alpha \cos \alpha)^2} = \frac{64}{9}$$

$$9 = 64 (\sin \alpha \cos \alpha)^2 \quad | :64$$

$$\frac{9}{64} = (\sin \alpha \cos \alpha)^2$$

$$\frac{3}{8} = \sin \alpha \cos \alpha \quad \vee \quad \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{3}{8}$$

odpada
bo $\alpha \in (0, 90^\circ)$

Zadanie 19. (0-1)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku O (zobacz rysunek).
 Ponadto $|\angle AOC| = 130^\circ$ oraz $|\angle BOA| = 110^\circ$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta wewnętrznego BAC trójkąta ABC jest równa

A. 60°

B. 55°

C. 50°

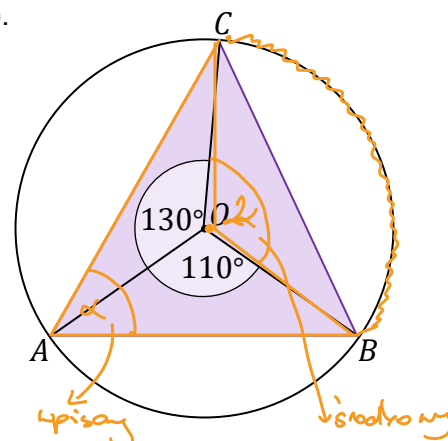
D. 65°

$$360^\circ = 130^\circ + 110^\circ + 2\alpha$$

$$360^\circ - 130^\circ - 110^\circ = 2\alpha$$

$$120^\circ = 2\alpha \quad | :2$$

$$60^\circ = \alpha$$



Brudnopis



Zadanie 20. (0-4)

Pan Jan ma do dyspozycji 12 m bieżące ogrodzenia. Chce wyгородzić odkryty prostokątny ogród wzdłuż istniejącej ściany swojego domu. Chce, aby ogród miał możliwie największe pole. Jaka powinna być długość i szerokość ogrodu, aby jego pole było maksymalne?

Oblicz to maksymalne pole. Zapisz obliczenia.



$$\begin{aligned} 12 &= 2x + y \\ 12 - 2x &= y \\ 12 - 2 \cdot 3 &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3: \begin{cases} 12 - 2x > 0 & | :2 \\ x > 0 \\ 6 - x > 0 \\ 6 > x \\ x < 6 \\ x > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

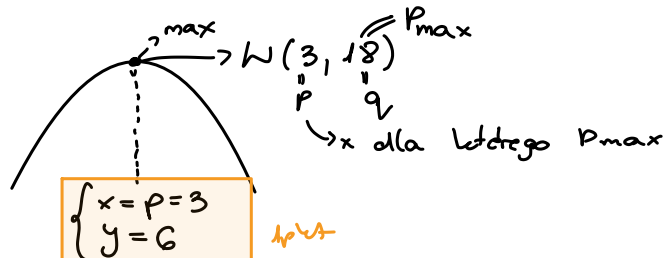
$$D: x \in (0; 6) \quad 1 \text{ pkt}$$

$$P = x \cdot y$$

$$P = x \cdot (12 - 2x) = 12x - 2x^2 = -2x^2 + 12x$$

$$P(x) = -2x^2 + 12x \quad 1 \text{ pkt}$$

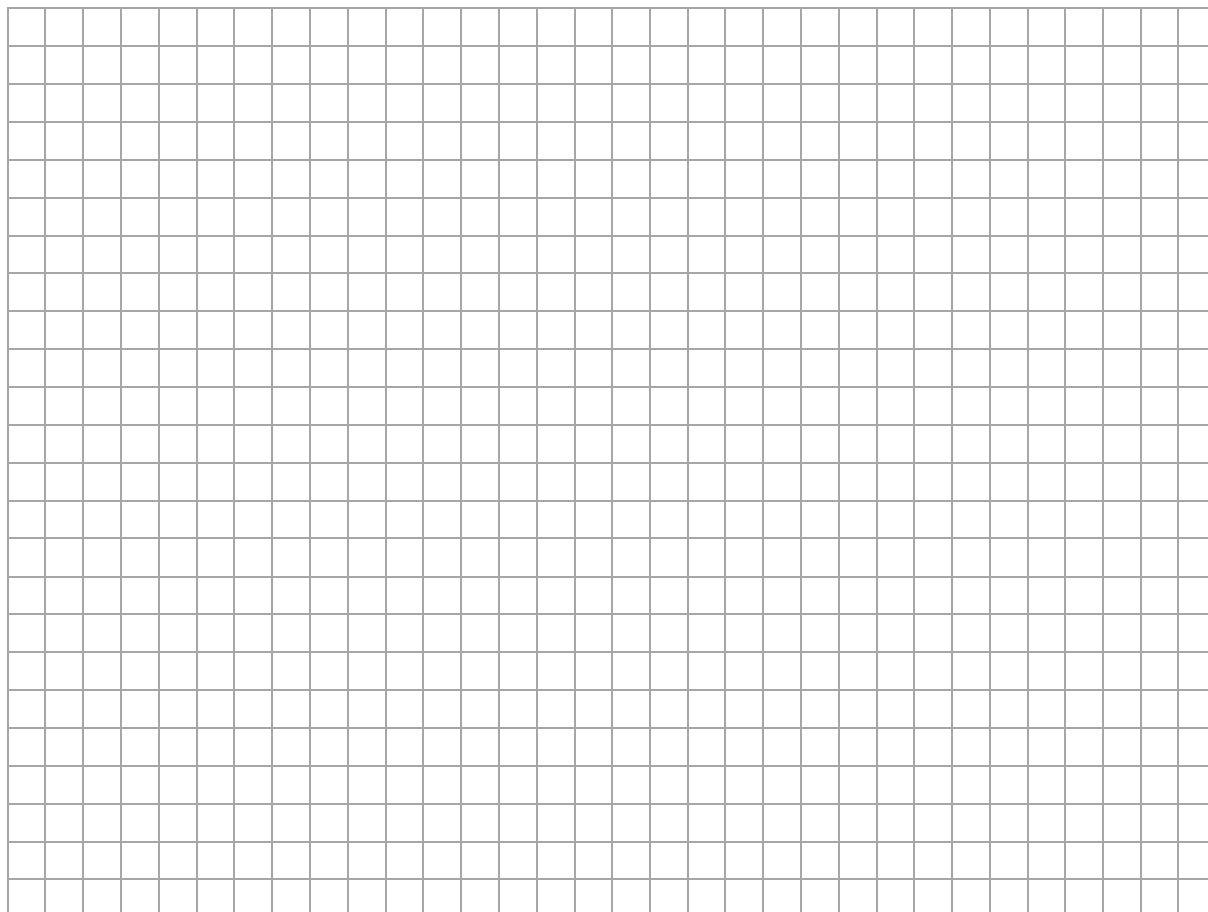
$$p = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2 \cdot (-2)} = \frac{-12}{-4} = 3$$

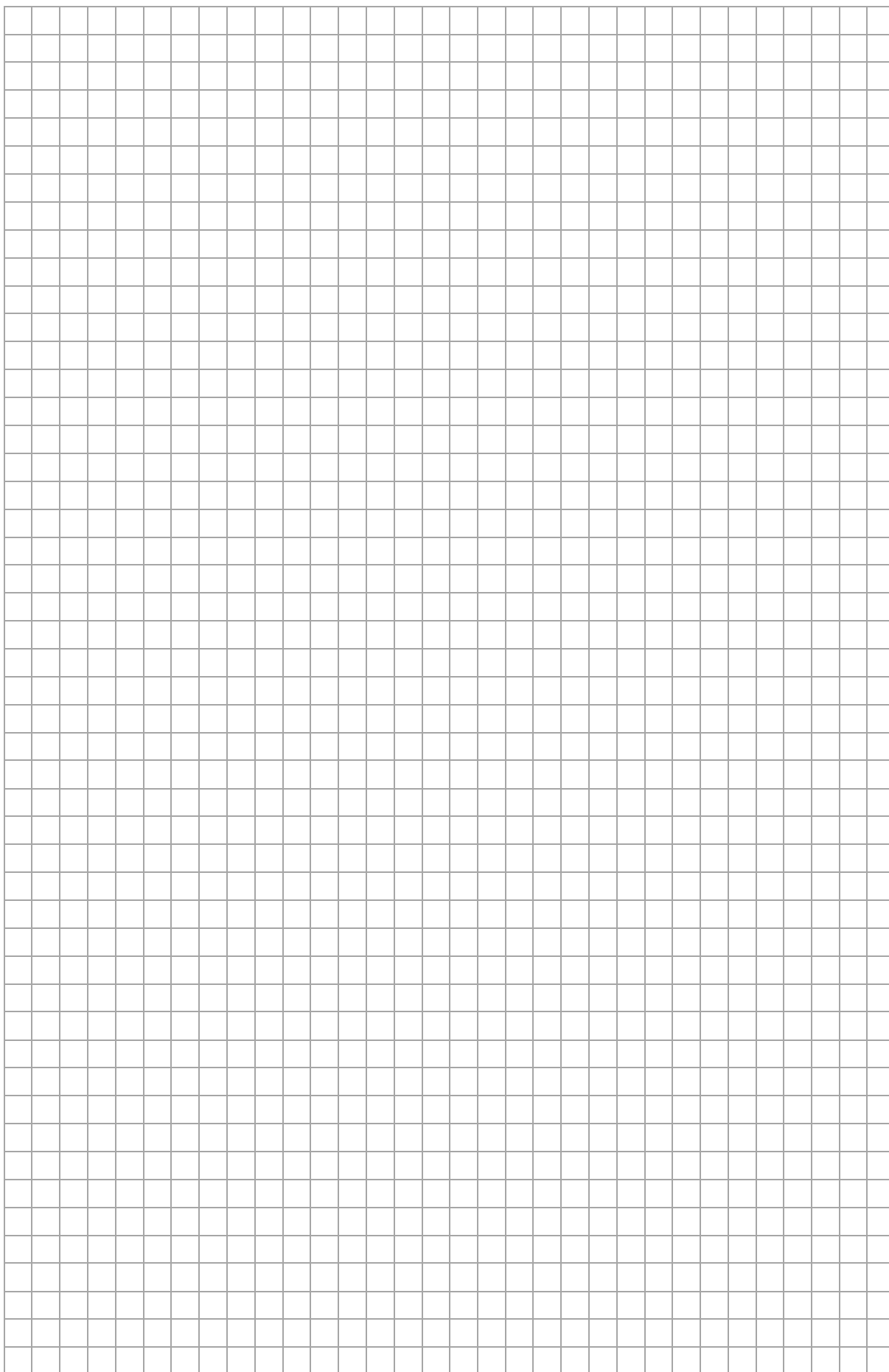


$$\begin{cases} x = p = 3 \\ y = 6 \end{cases} \quad 1 \text{ pkt}$$

$$P(3) = -2 \cdot 3^2 + 12 \cdot 3 = -18 + 36 = 18$$

$$P = 3 \cdot 6 = 18 \quad 1 \text{ pkt}$$





$$P_N = \frac{\lambda}{360^\circ} \cdot \pi r^2$$

$$P_L = \frac{80^\circ}{\frac{360^\circ}{4}} \cdot \pi \cdot 8^2 = \frac{1}{4} \cdot 64\pi = 16\pi$$

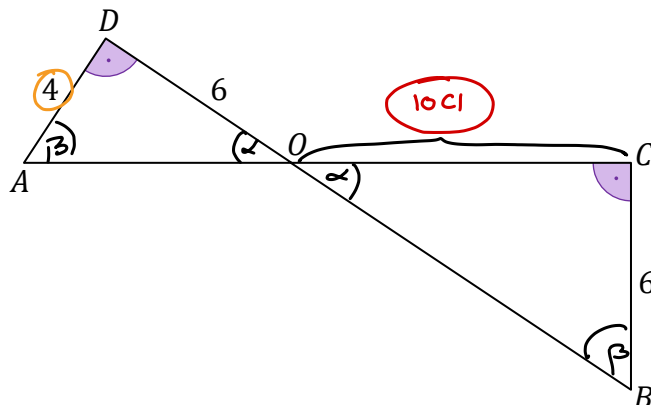
Pole powierzchni części wspólnej koła i kwadratu jest równe

- A.** 16π **B.** 8π **C.** $4\sqrt{2}\pi$ **D.** $16\sqrt{2}\pi$

[illegible]

Zadanie 22. (0–1)

Odcinki AC i BD przecinają się w punkcie O . Ponadto $|AD| = 4$ i $|OD| = |BC| = 6$. Kąty ODA i BCO są proste (zobacz rysunek).



$$\frac{4}{6} = \frac{6}{|OC|}$$

$$4|OC| = 36$$

$$|OC| = 9$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość odcinka OC jest równa

A. 9

B. 8

C. $2\sqrt{13}$

D. $3\sqrt{13}$

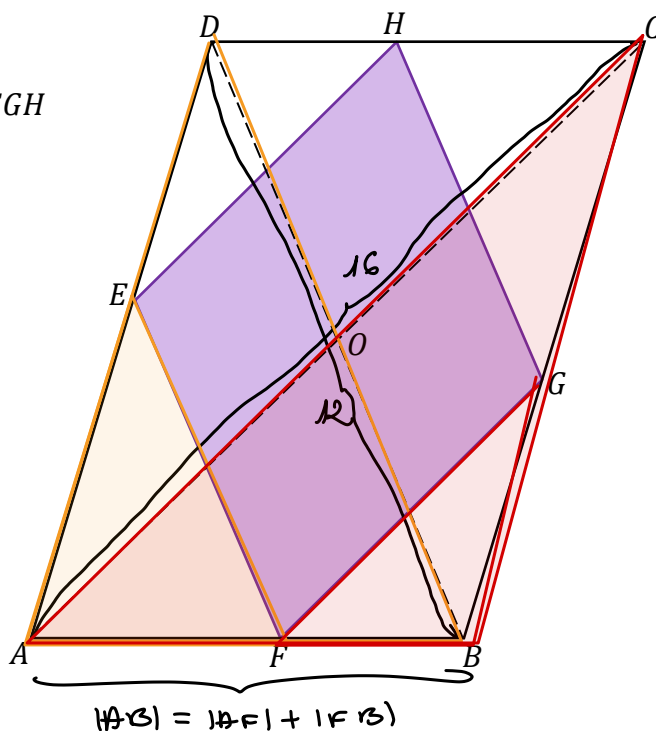
Brudnopis

Zadanie 23. (0-2)

Przekątne równoległoboku $ABCD$ mają długości: $|AC| = 16$ oraz $|BD| = 12$. Wierzchołki E, F, G oraz H rombu $EFGH$ leżą na bokach równoległoboku $ABCD$ (zobacz rysunek).

Boki tego rombu są równoległe do przekątnych równoległoboku.

$$|EF| = |FG|$$



Oblicz długość boku rombu $EFGH$.

Zapisz obliczenia.

$|EF| \parallel |DB|$

$\triangle AFE \sim \triangle ABD$

$\frac{|AF|}{|EF|} = \frac{|AB|}{|BD|} = 12$

$\frac{|AF|}{|EF|} \Rightarrow \frac{|AB|}{12}$

$12|AF| = |EF| \cdot |AB| \quad | : |AB|$

$|AF| = \frac{|EF| \cdot |AB|}{12}$

$|FG| \parallel |AC|$

$\triangle BGF \sim \triangle BCA$

$\frac{|FB|}{|FG|} = \frac{|AB|}{|AC|} = 16$

$\frac{|FB|}{|FG|} = \frac{|AB|}{16}$

$16|FB| = |FG| \cdot |AB| \quad | : |AB|$

$|FB| = \frac{|FG| \cdot |AB|}{16}$

$|AB| = |AF| + |FB|$

$|AB| = \frac{|EF| \cdot |AB|}{12} + \frac{|FG| \cdot |AB|}{16} \quad | : |AB|$

$1 = \frac{|EF|}{12} + \frac{|FG|}{16}$

$1 = \frac{x}{12} + \frac{x}{16} \quad | \cdot 192$

$192 = 16x + 12x$

$192 = 28x \quad | : 28$

$x = \frac{192}{28} = \frac{48}{7}$

$|EF| = |FG| = x$

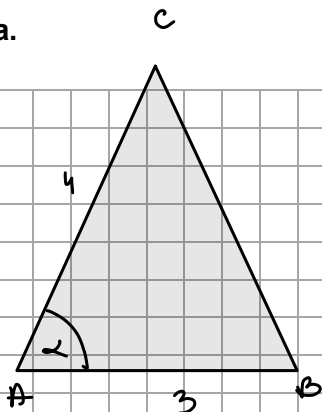


Oblicz pole trójkąta ABC .

$\alpha \in (0, 90^\circ)$

Zapisz obliczenia.

$$\cos \alpha = \frac{4}{5} > 0$$



$$P_{abc} = \frac{1}{2} \cdot 4^2 \cdot 3 \cdot \frac{3}{5} = \frac{18}{5}$$

$$P = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \angle$$

$$\sin^2 \angle + \cos^2 \angle = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 1$$

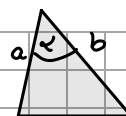
$$\sin^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{25}{25} - \frac{16}{25}$$

$$s \sim^2 \alpha = \frac{9}{16}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\checkmark \sin \alpha = -\frac{3}{5}$$



Zadanie 25.

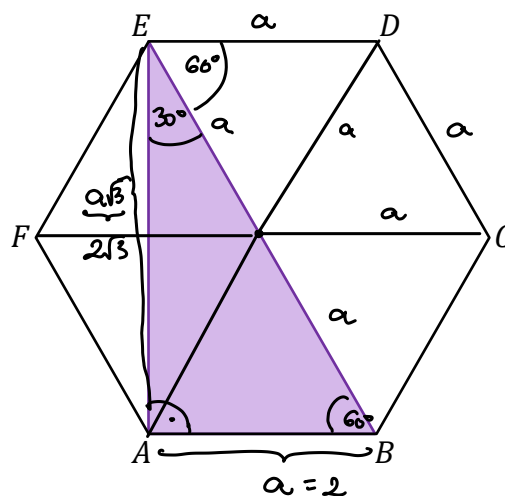
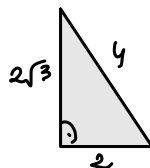
Dany jest sześciokąt foremny $ABCDEF$ o polu równym $6\sqrt{3}$ (zobacz rysunek).

$$P = 6\sqrt{3} = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$6\sqrt{3} = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \quad | : 6\sqrt{3}$$

$$1 = \frac{a^2}{4} \Rightarrow a^2 = 4$$

$$a = 2$$



Zadanie 25.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole trójkąta ABE jest równe

A. 6

B. $4\sqrt{3}$

☒ C. $2\sqrt{3}$

D. 4

Brudnopis

$$P = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} = \underline{2\sqrt{3}}$$

Zadanie 25.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość odcinka AE jest równa

A. 2

☒ B. $2\sqrt{3}$

C. $4\sqrt{3}$

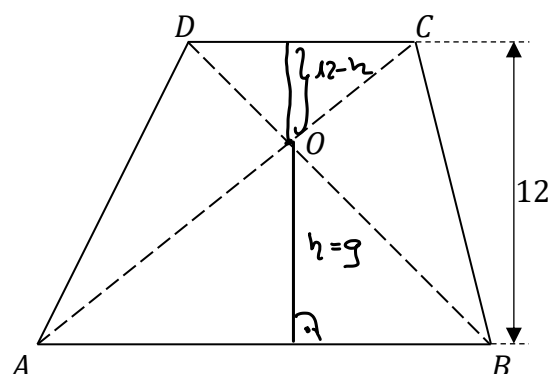
D. 4

Brudnopis



Zadanie 26. (0-1)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$ oraz przekątne AC i BD przecinają się w punkcie O (zobacz rysunek). Wysokość tego trapezu jest równa 12. Obwód trójkąta ABO jest równy 39, a obwód trójkąta CDO jest równy 13.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość trójkąta ABO poprowadzona z punktu O jest równa

- A. 3 B. 4 **C. 9** D. 6

Brudnopis
$L_{ABO} = 39, L_{CDO} = 13$
$\frac{L_{ABO}}{L_{CDO}} = \frac{39}{13} = \frac{3}{1} \rightarrow$ stała podobieństwa
$\frac{h}{12-h} = \frac{3}{1}$
$h = 3(12-h)$
$h = 36 - 3h$
$4h = 36 : 4$
$h = 9$

Zadanie 27. (0-1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dany jest okrąg O o równaniu $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 13$. $S(a,b)$, r - promień

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg O przecina oś Oy w punktach o współrzędnych

- A.** $(0, 1)$ i $(0, 5)$. B. $(0, 1)$ i $(0, -5)$.
C. $(1, 0)$ i $(5, 0)$. D. $(0, -1)$ i $(0, 5)$.

Brudnopis
OK: $\begin{cases} x=0 \\ y=? \end{cases}$
$(0-3)^2 + (y-3)^2 = 13$
$9 + (y-3)^2 = 13 \quad -9$
$(y-3)^2 = 4$
$y-3 = 2 \quad \vee \quad y-3 = -2$
$\begin{cases} y=5 \\ x=0 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} y=1 \\ x=0 \end{cases}$

Zadanie 28. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dane są proste k oraz l o równaniach

$$k: y = \frac{1}{3}x - 1$$

$$l: y = -3x + 6$$

$$a_1 = a_2, \quad a_1 \cdot a_2 = -1$$

$$\frac{1}{3} \cdot (-3) = -1$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l

A. nie mają punktów wspólnych.

☒ B. są prostopadłe. $(0, b)$

☒ C. przecinają się w punkcie $P = (0, -1)$.

☒ D. się pokrywają. $(\text{równania są identyczne})$

Brudnopis

Zadanie 29. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dane są punkty $A = (1, 2)$ i $B = (2m, m)$, gdzie m jest liczbą rzeczywistą, oraz prosta k o równaniu

$$k: y = -x - 1.$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta przechodząca przez punkty A i B jest równoległa do prostej k , gdy

A. $m = -1$

☒ B. $m = 1$

C. $m = \frac{1}{2}$

D. $m = 2$

Brudnopis

$A(1, 2)$

$y = -x + 3$

$m = -2m + 3$

$3m = 3 \quad | :3$

$m = 1$

$B(2m, m)$

$y = -1x + b$

$2 = -1 \cdot 1 + b$

$2 = -1 + b$

$3 = b$

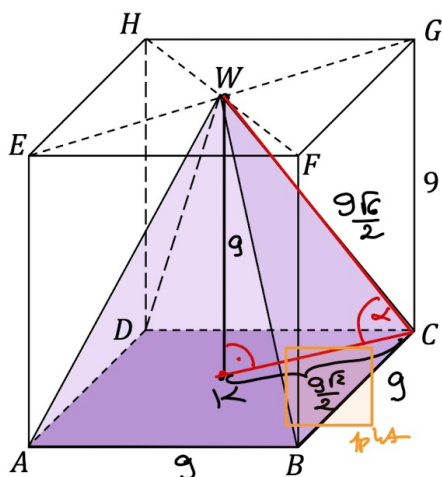
30.2.

0-1-2

Zadanie 30.2. (0-2)

Oblicz cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy.

Zapisz obliczenia.



$$9^2 + \left(\frac{9\sqrt{2}}{2}\right)^2 = |WC|^2$$

$$81 + \frac{81 \cdot 2}{4} = |WC|^2$$

$$\frac{324}{4} + \frac{162}{4} = |WC|^2$$

$$|WC|^2 = \frac{486}{4} = \frac{243}{2} \quad |WC| = \frac{9\sqrt{6}}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{|WC|}{|WC|}$$

$$\cos \alpha = \frac{\frac{9\sqrt{2}}{2}}{\frac{9\sqrt{6}}{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{9\sqrt{6}} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

